36. МЕЂУНАРОДНА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
Торонто, Канада, 13.–25. јул 1995.

Први дан
19. јул 1995.

1. Нека су A, B, C, и D различите тачке на правој, тим редоследом. Кругови над пречницима AC и BD секу се у X и Y. Нека је O произвољна тачка на правој XY, ван праве AD. Права CO поново сече круг над пречником AC у M, а BO поново сече круг над BD у N. Доказати да се праве AM, DN и XY секу у једној тачки. *(Бугарска)*

2. Нека су a, b, c позитивни реални бројеви са $abc = 1$. Доказати неједнакост

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(a+c)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}.$$

(Русија)

3. Одредити све природне бројеве $n > 3$ за које постоји n тачака $A_1, A_2, \ldots, A_n$ у равни које задовољавају следеће услове:

(i) никоје три не леже на истој правој;

(ii) Постоје реални бројеви $p_1, p_2, \ldots, p_n$ такви да је површина $\triangle A_i A_j A_k$ једнака $p_i + p_j + p_k$ за $1 \leq i < j < k \leq n$.

(Чешка Република)

Време за рад: 4 сата и 30 минута
Сваки задатак вреди 7 поена

36. МЕЂУНАРОДНА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
Торонто, Канада, 13.–25. јул 1995.

Други дан
20. јул 1995.

4. Позитивни реални бројеви $x_0, x_1, \ldots, x_{1995}$ су такви да је $x_0 = x_{1995}$ и

$$x_{i-1} + \frac{2}{x_{i-1}} = 2x_i + \frac{1}{x_i}$$

за $i = 1, 2, \ldots, 1995$. Наћи највећу могућу вредност броја x_0.

(Пољска)

5. Нека је $ABCDEF$ конвексан шестоугао у коме је $AB = BC = CD$, $DE = EF = FA$ и $\measuredangle BCD = \measuredangle EFA = 60°$. Тачке G и H унутар шестоугла су такве да су углови AGB и DHE једнаки $120°$. Доказати да је $AG + GB + GH + DH + HE \geq CF$.

(Нови Зеланд)

6. Дат је непаран прост број p. Одредити број p-елементних подскупова A скупа $\{1, 2, \ldots, 2p\}$ таквих да је збир свих елемената у A дељив са p.

(Пољска)

Време за рад: 4 сата и 30 минута
Сваки задатак вреди 7 поена