МАЛА ОЛИМПИЈАДА

Бар, 14. април 1996.

1. Нека је $\mathcal{F} = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ фамилија подскупова скупа $S = \{1, 2, \ldots, n\}$ који задовољавају следеће услове:

(i) свака два различита скупа из $\mathcal{F}$ имају тачно један заједнички елемент;

(ii) сваки елемент S је садржан у тачно k скупова из $\mathcal{F}$.

Може ли n да буде једнако 1996?

2. Дат је скуп 1996 једнаких кругова у равни такав да никоје две немају заједничку унутрашњу тачку. Доказати да међу овим круговима постоји један који додирује највише три од преосталих кругова.

3. Низ $\{x_n\}$ је дат изразом

$$x_n = \frac{1}{4}\left(\left(2+\sqrt{3}\right)^{2n-1} + \left(2-\sqrt{3}\right)^{2n-1}\right) \quad \text{за } n \in \mathbb{N}.$$

Доказати да се сваки члан x_n може представити у облику збира квадрата два узастопна цела броја.

Време за рад 3 *сата.*
Сваки задатак вреди 25 *поена.*