МАЛА ОЛИМПИЈАДА

Ниш, 13. април 1997.

1. Дат је правилан n-угао $A_1A_2\ldots A_n$ површине S. У тачкама $A_1, A_2, \ldots, A_n$ конструисане су нормале $l_1, l_2, \ldots, l_n$ на раван n-угла и на њима су изабране тачке $B_1, B_2, \ldots, B_n$ редом тако да важи:

(i) тачке $B_1, B_2, \ldots, B_n$ су са исте стране равни n-угла;

(ii) тачке $B_1, N_2, \ldots, B_n$ припадају једној равни;

(iii) $A_1B_1 = h_1,\ A_2B_2 = h_2, \ldots,\ A_nB_n = h_n$.

Изразити запремину полиедра $A_1A_2\ldots A_nB_1B_2\ldots B_n$ у функцији $S, h_1, h_2, \ldots, h_n$.

2. Дат је природан број k. Одредити најмањи природан број C такав да је

$$\frac{C}{n+k+1}\binom{2n}{n+k}$$

цео број за сваки природан број $n \geq k$.

3. Бројеви $1, 2, \ldots, 1997^2$ су записани у пољима таблице 1997×1997. Дозвољено је вршити следеће трансформације таблице: заменити места било којим двема врстама или двема колонама, или обрнути било коју врсту или колону. (При обртању врсте или колоне мењају места први и последњи број, други и претпоследњи, итд.) Да ли се применом ових трансформација могу заменити места произвољна два броја у овој таблици, а да сви остали бројеви остану на својим местима?

Време за рад 3 *сата.*
Сваки задатак вреди 25 *поена.*