# 15. БАЛКАНСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА

**Никозија, Кипар – 5. мај 1998.**

**1.** Посматрајмо чланове коначног низа

$$\left[\frac{k^2}{1998}\right], \quad k = 1, 2, \ldots, 1997.$$

где $[x]$ означава цео део од $x$. Колико има различитих чланова у овом низу? *(Грчка)*

**2.** Нека је $n$ цео број, $n \geq 2$, и нека су $0 < a_1 < a_2 < \ldots < a_{2n+1}$ реални бројеви. Доказати следећу неједнакост:

$$\sqrt[n]{a_1} - \sqrt[n]{a_2} + \ldots - \sqrt[n]{a_{2n}} + \sqrt[n]{a_{2n+1}} < \sqrt[n]{a_1 - a_2 + \ldots - a_{2n} + a_{2n+1}}\,.$$

*(Румунија)*

**3.** Означимо са $\mathcal{S}$ скуп свих тачака троугла $ABC$ без једне унутрашње тачке (троугао садржи своју ивицу). Показати да $\mathcal{S}$ може да се представи као унија дисјунктних дужи (дуж садржи своје крајње тачке). *(Југославија)*

**4.** Доказати да једначина $y^2 = x^5 - 4$ нема целобројних решења. *(Бугарска)*

*Време за рад 270 минута.*
*Сваки задатак вреди 10 поена.*