42. МЕЂУНАРОДНА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
Сједињене Америчке Државе – Вашингтон, 1.–14. јул 2001.

Први дан
8. јул 2001.

1. Нека је ABC оштроугли троугао и O центар његове описане кружнице. Нека је P подножје висине из A на страницу BC. Ако је $\sphericalangle BCA \geqslant \sphericalangle ABC + 30^\circ$, доказати да је $\sphericalangle CAB + \sphericalangle COP < 90^\circ$. *(Јужна Кореја)*

2. Доказати да је

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+8ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+8ab}} \geqslant 1$$

за све позитивне бројеве a, b, c. *(Јужна Кореја)*

3. На математичком такмичењу учествовали су 21 дечак и 21 девојчица. Свако од њих решио је највише 6 задатака. За сваког дечака и сваку девојчицу постоји бар један задатак који је свако од њих решио. Доказати да постоји задатак који су решили бар три дечака и бар три девојчице. *(Немачка)*

Други дан
9. јул 2001.

4. Нека је n непаран природан број већи од 1 и нека су $k_1, k_2, \ldots, k_n$ цели бројеви. За сваку пермутацију $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ скупа $\{1, 2, \ldots, n\}$ нека је

$$S(a) = \sum_{i=1}^{n} k_i a_i.$$

Доказати да постоје различите пермутације b и c такве да је $n!$ делилац броја $S(b) - S(c)$. *(Канада)*

5. У троуглу ABC важи $\sphericalangle CAB = 60^\circ$. Симетрала угла $\sphericalangle BAC$ сече страницу BC у тачки P, а симетрала угла $\sphericalangle ABC$ сече страницу CA у тачки Q. Ако је $AB + BP = AQ + QB$, наћи углове троугла ABC? *(Израел)*

6. Нека су a, b, c, d природни бројеви, такви да је $a > b > c > d$ и

$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c).$$

Доказати да $ab + cd$ није прост број. *(Бугарска)*