

Квалификационо такмичење за избор олимпијске екипе

Вршац, 16.04.2006.

1. Нека је $S = \{1, 2, 3, \dots, 2006\} = A \cup B$, $A \cap B = \emptyset$, $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$, при чему важи:

(1) $13 \in A$;

(2) ако је $a \in A, b \in B$, $a + b \in S$, онда је $a + b \in B$;

(3) ако је $a \in A, b \in B$, $ab \in S$, онда је $ab \in A$.

Одредити број елемената скупа A .

2. У унутрашњости правоуглог троугла ABC ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$) уочена је тачка P , таква да је $AP = 4$, $BP = 2$ и $CP = 1$. Тачка Q , која је симетрична тачки P у односу на AC , припада описаној кружници троугла ABC . Одредити углове троугла ABC .

3. Одредити све природне бројеве n и k , $k > 1$, такве да k дели сваки од бројева

$$\binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \dots, \binom{n}{n-1}.$$