

Language: **Serbian**

Day: **1**



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Sreda, 10.4.2013.

Zadatak 1. Stranica BC trougla ABC produžena je preko tačke C do tačke D , tako da je $CD = BC$. Stranica CA produžena je preko tačke A do tačke E , tako da je $AE = 2CA$.

Ako je $AD = BE$, dokazati da je trougao ABC pravougli.

Zadatak 2. Naći sve prirodne brojeve m za koje se kvadrat $m \times m$ može podeliti na 5 pravougaonika čije su stranice brojevi $1, 2, 3, \dots, 10$ u nekom redosledu.

Zadatak 3. Neka je n prirodan broj.

- (a) Dokazati da postoji skup S sa $6n$ različitih prirodnih brojeva, takav da najmanji zajednički sadržalac svaka dva njegova elementa nije veći od $32n^2$.
- (b) Dokazati da svaki skup T sa $6n$ različitih prirodnih brojeva sadrži dva elementa čiji je najmanji zajednički sadržalac veći od $9n^2$.

Language: **Serbian**

Day: **2**



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Četvrtak, 11.4.2013.

Zadatak 4. Odrediti sve prirodne brojeve a i b takve da postoje tri uzastopna cela broja za koje je vrednost polinoma

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

ceo broj.

Zadatak 5. Neka je Ω krug opisan oko trougla ABC . Krug ω dodiruje stranice AC i BC , i iznutra dodiruje krug Ω u tački P . Tangenta kruga ω koja je paralelna sa AB i seče unutrašnjost trougla ABC dodiruje ω u tački Q .

Dokazati da je $\angle ACP = \angle QCB$.

Zadatak 6. Snežana i sedam patuljaka živeli su u svojoj kući u šumi. Svakog od 16 uzastopnih dana, neki patuljci su radili u rudniku dok su preostali patuljci sakupljali bobice. Nijedan patuljak nije radio oba posla istog dana. Tokom svaka dva (ne neophodno uzastopna) različita dana, za bar tri patuljka važi da je svaki od njih radio oba posla. Poznato je i da je tokom prvog dana svih sedam patuljaka radilo u rudniku.

Dokazati da je jednog od ovih 16 dana svih sedam patuljaka sakupljalo bobice.